Seminar Partial Differential Equations
by dr hab. Anna Ochal & prof. dr hab. Piotr Zgliczynski
winter semester 2022-2023, Tuesday, 12:15-13:45

October 4, 2022
Piotr Kalita, Oszacowania L^∞ typu Alikakosa-Mosera dla semiliniowych zagadnień parabolicznych

Abstract: Przedstawię wyniki uzyskane wspólnie z Jose Valero z Uniwersytetu w Elche. Wyniki dotyczą semiliniowego zagadnienia parabolicznego opisanego równaniem $u' - \Delta u + f(u) = g$. Dla założeń na f nie wymagających ani monotoniczności ani warunku wzrostu dla pochodnej przedstawię oszacowania L^∞ po małym czasie dla warunku początkowego należącego do L^2, oraz dowód, że atraktor globalny ma regularność L^∞. Punktem wyjścia dla techniki dowodu jest metoda opracowana przez Alikakosa, bazująca na iteracjach Mosera.

October 11, 2022
Krzysztof Winowski, Wykładniczy zanik energii dla pewnej rodziny równań hiperbolicznych i pewnego równania parabolicznego

Abstract: W referacie rozważam rodzinę równań hiperbolicznych $\epsilon u_{tt} + u_t + \gamma u - M(\|\nabla u\|)\Delta u + \alpha\Delta^2 u = f(u)$ parametryzowanych przez $\epsilon > 0$ oraz równanie paraboliczne $u_t + \gamma u - M(\|\nabla u\|)\Delta u + \alpha\Delta^2 u = f(u)$. Najpierw omówię przy jakich warunkach na funkcje M i f oba zagadnienia posiadają jednoznaczne ciągłe globalne rozwiązania (odpowiednio słabe i silne). Dla globalnych ciągłych rozwiązań obu zagadnień zdefiniuję odpowiadające im funkcjonały energii. Głównym celem referatu będzie analiza przy jakich założeniach na funkcje M i f funkcjonały energii dla zagadnień hiperbolicznych i parabolicznego posiadają wykładniczy zanik energii, kiedy wykładnik zaniku energii dla zagadnień hiperbolicznych może być wzięty niezależnie od małych ϵ oraz jaki jest związek między zanikiem energii dla zagadnienia parabolicznego i zanikiem energii dla zagadnień hiperbolicznych.

October 18, 25, November 8, 2022
Paweł Borowiecki, Trapping regions and an ODE-type proof of the existence and uniqueness theorem for Navier-Stokes equations with periodic boundary conditions on the plane

Abstract: W referacie omówię pracę P. Zgliczyńskiego pt. "Trapping regions and an ODE-type proof of the existence and uniqueness theorem for Navier-Stokes equations with periodic boundary conditions on the plane" (https://ww2.ii.uj.edu.pl/ zgliczyn/papers/ns/ns.pdf). Przedstawiony jest w niej dowód na istnienie i jednoznaczność rozwiązań równania Naviera-Stokes'a w dwóch wymiarach z okresowymi warunkami brzegowymi. W pracy wykorzystana jest technika pułapek ("trapping regions"), tj. wyznaczania takich obszarów, gdzie pole wektorowe na brzegach jest

skierowane do wewnątrz oraz przedstawione są dowody na zbieżność metody Galerkina na ww. obszarach.

November 15, 22, 2022
Jakub Banaśkiewicz, Lokalne oszacowania apriori dla rozwiązań nieliniowego równania ciepła i ich zastosowanie w ścisłej metodzie Galerkina.

Abstract: W referacie będę zajmować się nieliniowym równaniem ciepła $u_t = u_{xx} + f(u)$. Opowiem o metodzie Galerkina dla tego równania i jak za pomocą inkluzji różniczkowych można ją uczynić ścisłą. Następnie omówie lokalne oszacowania apriori dla tego równania, które mogą być użyte by oszacować pominięte człony w metodzie Galerkina.

November 29, 2022
Jarosław Duda, Exploring resemblance between liquid crystal topological defects and particle physics

Abstract: There are experimentally observed long-range e.g. Coulomb-like interactions for topological defects in liquid crystals, suggesting investigation how far can we take this resemblance with particle physics. I will discuss postulating skyrmion-like Lagrangian to get electromagnetism for their effective dynamics, interpreting filed curvature as electric field - making Gauss law count (quantized) topological charge, also regularizing charge to finite energy. For biaxial nematic - with 3 distinguished axes, hedgehogs of one of 3 axes are different mass realizations of the same topological charge - resembling 3 leptons. Further baryon-like topological structures require charge, which has to be compensated for neutron - suggesting why it is heavier than proton. For analog of quantum phase there is derived Klein-Gordon-like equation. Slides, materials:
https://github.com/JarekDuda/liquid-crystals-particle-models/

December 6, 2022
Jacek Kubica, Estimates on the size of the absorbing ball in the Kuramoto-Sivashinsky equation and dimension of the inertial manifold

Abstract: Talk based on "Evaluation the dimenison of an inertial manifold for the Kuramoto-Sivashinsky equation" by M.S. Jolly, R. Rosa and R. Temam. We will talk about proof of the existence of the absorbing ball with improved constants provided by the authors and then discuss how they use those improvments to provide better bounds for the dimension of the inertial manifold.

January 10, 17, 2023
Piotr Kalita, Rozmaitości inercyjne: metoda transformacji wykresu oraz ostra ograniczoność stałej Lipschitza

Abstract: Przedstawię dwa fakty dotyczące rozmaitości inercyjnych. Po pierwsze pokażę jak w oparciu o formułę Duhamela wykazać warunek stożka i zdefiniuję

pewien problem otwarty. Po drugie pokażę (w oparciu o przykłady A.V. Romanova i S. Zelika) że ograniczenie na stałą Lipschitza w twierdzeniach o rozmaitościach inercyjnych jest ostre.

January 24, 2023
Jacek Kubica, Bifurkacja pitchfork dla równania Kuramoto-Sivashinskiego

Abstract: Podam metodę dowodu bifurkacji pitchfork i zastosuję ją, by wykazać, że takowa zachodzi dla równania Kuramoto-Sivashinskiego przy ustalonym zakresie parametrów.